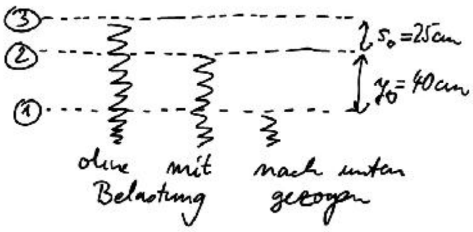
Bei einem LKW versagen beim Bergabwärtsfahren die Bremsen. Glücklicherweise gibt es an dieser Steigung Bremsstrecken, die von der Straße abbiegen und steil ansteigen. Der Fahrer lenkt deshalb seinen Lkw mit 90km/h auf eine dieser Bremsstrecken, die unter einem Winkel von 14° gegen die Waagrechte ansteigt. Wie weit fährt der Lkw die Bremsstrecke hinauf, wenn 20% der anfänglichen Bewegungsenergie durch Reibung und Luftwiderstand in innere Energie umgewandelt wird?

Beim Steigungswinkel α entspricht eine zurückgelegte Strecke s der Höhendifferenz $h = s\sin(\alpha)$.
80% der anfangs vorhanden kinetischen Energie werden in potentielle Energie umgewandelt:

$$\begin{aligned} \frac{80}{100}E_{kin} &= E_{pot} \\ \frac{4}{5}\cdot\frac{1}{2}mv^2 &= mgs\sin(\alpha) \\ \Leftrightarrow s &= \frac{2v^2}{5g\sin(\alpha)} = 105.3m \end{aligned}$$

Betrachte ein Trampolin als eine vertikal geführte Feder, die sich zusammenpressen lässt. Ein Junge (m=60kg) stellt sich auf das Trampolin und drückt die "Feder" um 25cm zusammen. Anschließend wird das Trampolin zusammen mit dem Jungen um weitere 40cm nach unten ausgelenkt und losgelassen.



a) Welche Federkonstante D hat dieses Trampolin?

b) Wo hat der Junge bei der Aufwärtsbewegung seine größte Geschwindigkeit und wie groß ist sie?

c) Wie groß ist die Geschwindigkeit des Jungen, wenn er die Höhe des entspannten Trampolintuchs erreicht?

d) Welche Höhe über dem entspannten Trampolin erreicht der Junge?

a) Kräftegleichgewicht zwischen Gewichts- und Federkraft:

$$mg = Ds_0 \Leftrightarrow D = mg/s_0 = 2354N/m$$

b) Für die Summe aus potentieller Energie und Spannenergie einer vertikalen Feder im homogenen Schwerefeld gilt $E_{pot} + E_{Sp} = \frac{1}{2}Dy^2$ (die Konstante setzen wir Null). y ist dabei die Auslenkung aus der Ruhelage *mit* angehängter Masse. Am tiefsten Punkt (1) ist diese Summe maximal, in der Ruhelage (2) ist sie vollständig in kinetische Energie umgewandelt. Die Geschwindigkeit ist daher in (2) maximal.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}Dy_0^2 &= \frac{1}{2}mv_2^2 \\ \Leftrightarrow v_2 &= |y_0|\sqrt{\frac{D}{m}} = |y_0|\sqrt{\frac{g}{s_0}} = 2.51m/s \end{aligned}$$

c) Die Differenz aus $E_{pot,1} + E_{Sp,1}$ und $E_{pot,3} + E_{Sp,3}$ liegt in (3) als kinetische Energie $E_{kin,3}$ vor, denn $E_{kin,1} = 0$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}Dy_0^2 - \frac{1}{2}Ds_0^2 &= \frac{1}{2}mv_3^2 \\ \Leftrightarrow v_3 &= \sqrt{\frac{g}{s_0}(y_0^2 - s_0^2)} = 1.96m/s\ . \end{aligned}$$

d) Der Junge verlässt das Trampolin im Punkt (3). $E_{kin,3}$ (siehe c) wird in potentielle Energie umgewandelt:

$$mgh = \frac{1}{2}mv_3^2 \Leftrightarrow h = \frac{v_3^2}{2g} = \frac{y_0^2 - s_0^2}{2s_0} = 0.195m\ .$$

D. Wieczorek